

問題

(1) 次の等式が成り立つことを示せ。

$$\int_{-1}^1 \frac{\sin^2(\pi x)}{1+e^x} dx = \int_0^1 \sin^2(\pi x) dx = \frac{1}{2}$$

(2) 次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

$$(1+e^x)f(x) = \sin^2(\pi x) + \int_{-1}^1 (e^x - e^t + 1)f(t) dt$$