

問題 α, β, γ を複素数とし,

$$z\bar{z} + \alpha z + \beta\bar{z} + \gamma = 0 \quad \dots\dots (*)$$

を満たす複素数 z を考える。以下の問いに答えよ。

(1) z は

$$(\alpha - \bar{\beta})z - (\bar{\alpha} - \beta)\bar{z} + \gamma - \bar{\gamma} = 0$$

を満たすことを示せ。

(2) $|\alpha| = |\beta| \neq 0$ と仮定し, また γ は負の実数であると仮定する。このとき, $(*)$ を満たす z がちょうど 2 個あるための必要十分条件を α, β を用いて表せ。