

2017年度 静岡大学 前期文系 第4問

問題 整数 n がある整数の 2 乗で表されるとき、 n は平方数であるという。2 つの平方数の和で表される整数全体の集合を A とする。たとえば、 $0 = 0^2 + 0^2$ より $0 \in A$ であり、また、 $13 = 2^2 + 3^2$ より $13 \in A$ である。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 整数 a, b, x, y に対して、等式

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2$$

が成り立つことを示せ。

(2) 2 つの整数 α, β が A の要素であるとき、積 $\alpha\beta$ は A の要素であることを示せ。

(3) 25, 50, 1250 のそれぞれが A の要素であることを示せ。

N_shizuoka2017A.64.pbm