

2017年度 静岡大学 前期理系 第4問

問題 平面上に三角形 OAB がある。実数 k に対して、直線 AB 上の点 C を $\vec{AC} = k\vec{AB}$ を満たす点とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 等式

$$|\vec{OA}|^2 = |\vec{OC}|^2 - 2\vec{OC} \cdot \vec{AC} + |\vec{AC}|^2$$

が成り立つことを示せ。

(2) 等式

$$(1-k)|\vec{OA}|^2 + k|\vec{OB}|^2 = |\vec{OC}|^2 + (1-k)|\vec{AC}|^2 + k|\vec{BC}|^2$$

が成り立つことを示せ。

(3) 平面上の点 D が等式

$$(1-k)|\vec{OA}|^2 + k|\vec{OB}|^2 = |\vec{OD}|^2 + (1-k)|\vec{AD}|^2 + k|\vec{BD}|^2$$

を満たすとき、 $\vec{OD} \cdot \vec{CD}$ の値を求めよ。