

2013年度 埼玉大学 前期文系 第2問(1)

問題 すべての項が整数である数列を整数列と呼ぶ。

(1) 整数列 $\{\alpha_n\}$, $\{\beta_n\}$ を次で定める。

$$(5 + 2\sqrt{6})^n = \alpha_n + \sqrt{6}\beta_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(i) 数列 $\gamma_n = \alpha_n - \sqrt{6}\beta_n$ は等比数列になることを示し、その一般項を求めよ。

(ii) 一般項 α_n , β_n を求めよ。

(2) 整数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$, $\{d_n\}$ を次で定める。

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3})^n = a_n + \sqrt{2}b_n + \sqrt{3}c_n + \sqrt{6}d_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(i) a_3 , b_3 , c_3 , d_3 をそれぞれ求めよ。

(ii) 一般項 a_n , b_n , c_n , d_n を先の α_n , β_n を用いて表せ。