

問題 n を 0 以上の整数とする。次の問に答えよ。

(1) 関数 $y = \frac{(\log x)^{n+1}}{x}$ ($x > 1$) の極値を n を用いて表せ。

(2) (1) の結果を用いて, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\log x)^n}{x} = 0$ を示せ。

(3) 極限

$$I_n = \lim_{x \rightarrow \infty} \int_1^x \frac{(\log t)^n}{t^2} dt$$

について, I_n の漸化式を求め, I_n を n を用いて表せ。