

2022年度 琉球大学 前期理系 第2問

問題 d と n を正の整数とする。1 から n までの d 乗の和を $S_d(n) = 1^d + 2^d + \cdots + n^d$ とおく。次の問いに答えよ。

- (1) すべての正の整数 n について、 $S_3(n) = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ が成り立つことを、数学的帰納法を用いて証明せよ。
- (2) 恒等式 $k^3(k+1)^3 - (k-1)^3k^3 = 6k^5 + 2k^3$ を利用して、 $S_5(n)$ を求めよ。
- (3) すべての正の整数 n について、 $24S_7(n)$ は整数 $n^2(n+1)^2$ が割り切れることを示せ。

N.ryukyu2022A_02.pbm