2019 年度　琉球大学　前期理系　第３問

問題　数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 1,\ a_2 = 2,\ a_{n+2} = \sqrt{\frac{a_n}{a_{n+1}}} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

で定められるとき，次の問いに答えよ。

(1)　$b_n = \log_2 a_n$ とする。b_{n+2} を b_{n+1}，b_n を用いて表せ。

(2)　(1) で求めた関係式を次のように表すとき，定数 p，q を求めよ。

$$\begin{cases} b_{n+2} - pb_{n+1} = q(b_{n+1} - pb_n) \\ b_{n+2} - qb_{n+1} = p(b_{n+1} - qb_n) \end{cases} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

ただし，$p \geqq q$ とする。

(3)　(2) で求めた p，q を用いて数列 $\{c_n\}$，$\{d_n\}$ を次のように定める。

$$c_n = b_{n+1} - pb_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$
$$d_n = b_{n+1} - qb_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

一般項 c_n，d_n をそれぞれ求めよ。

(4)　一般項 b_n および極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_{2n}$，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_{2n+1}$ を求めよ。

N_ryukyu2019A_03.pbm