

問題 次の問いに答えよ。

(1) $t > 0$ のとき

$$-\frac{1}{t} < \int_t^{2t} \frac{\sin x}{x^2} dx < \frac{1}{t}$$

が成り立つことを示せ。

(2) $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_t^{2t} \frac{\cos x}{x} dx = 0$ を示せ。

(3) $f(x) = \sin\left(\frac{3x}{2}\right) \sin\left(\frac{x}{2}\right)$ とおく。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_1^t \frac{f(x)}{x} dx = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{\cos x}{x} dx$$

を示せ。