2021 年度　大阪大学　前期理系　第３問

問題　n を自然数とし，t を $t \geqq 1$ をみたす実数とする。

(1)　$x \geqq t$ のとき，不等式

$$-\frac{(x-t)^2}{2} \leqq \log x - \log t - \frac{1}{t}(x-t) \leqq 0$$

が成り立つことを示せ。

(2)　不等式

$$-\frac{1}{6n^3} \leqq \int_t^{t+\frac{1}{n}} \log x \, dx - \frac{1}{n}\log t - \frac{1}{2tn^2} \leqq 0$$

が成り立つことを示せ。

(3)　$a_n = \sum_{k=0}^{n-1} \log\left(1+\frac{k}{n}\right)$ とおく。$\lim_{n\to\infty}(a_n - pn) = q$ をみたすような実数 p，q の値を求めよ。

N_osaka2021A_03.pbm