

2020 年度 大阪大学 前期理系 第 2 問

問題 1 個のさいころを n 回投げて、 k 回目に出た目が 1 の場合は $X_k = 1$ 、出た目が 2 の場合は $X_k = -1$ 、その他の目が出た場合は $X_k = 0$ とする。

$$Y_k = \cos\left(\frac{\pi}{3} X_k\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3} X_k\right)$$

とおき、 Y_1 から Y_n までの積 $Y_1 Y_2 Y_3 \cdots Y_n$ を Z_n で表す。ただし、 i は虚数単位とする。以下の問いに答えよ。

- (1) Z_2 が実数でない確率を求めよ。
- (2) $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n$ がいずれも実数でない確率を求めよ。
- (3) Z_n が実数となる確率を p_n とする。 p_n を n を用いて表し、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ を求めよ。

N_osaka2020A_02.pbm