

問題 関数

$$f(x) = (x+1)^{\frac{1}{x+1}} \quad (x \geq 0)$$

について、以下の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の最大値を求めよ。
- (2) $f(x)$ とその導関数の極限

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x), \lim_{x \rightarrow \infty} f'(x)$$

をそれぞれ求めよ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ であることを用いてもよい。

- (3) $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。ただし、グラフの凹凸を調べる必要はない。