

2018年度 大阪大学 前期理系 第2問

問題 a, b を正の実数とし、 $f(x) = x^4 - ax^3 + bx^2 - ax + 1$ とする。

(1) c を実数とし、 $f(x)$ が $x - c$ で割り切れるとする。このとき、 $c > 0$ であり、 $f(x)$ は $(x - c)\left(x - \frac{1}{c}\right)$ で割り切れられることを示せ。

(2) $f(x)$ がある実数 s, t, u, v を用いて

$$f(x) = (x - s)(x - t)(x - u)(x - v)$$

と因数分解できるとき、 $a \geq 4$ が成り立つことを示せ。

(3) $a = 5$ とする。 $f(x)$ がある実数 s, t, u, v を用いて

$$f(x) = (x - s)(x - t)(x - u)(x - v)$$

と因数分解できるような自然数 b の値をすべて求めよ。