

問題 a, b を自然数とし, 不等式

$$\left| \frac{a}{b} - \sqrt{7} \right| < \frac{2}{b^4} \quad \dots\dots (A)$$

を考える。次の問いに答えよ。ただし, $2.645 < \sqrt{7} < 2.646$ であること, $\sqrt{7}$ が無理数であることを用いてよい。

(1) 不等式 (A) を満たし $b \geq 2$ である自然数 a, b に対して

$$\left| \frac{a}{b} + \sqrt{7} \right| < 6$$

であることを示せ。

(2) 不等式 (A) を満たす自然数 a, b の組のうち, $b \geq 2$ であるものをすべて求めよ。