

問題 正の整数  $n$  に対して

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$$

とおき、1 以上  $n$  以下のすべての奇数の積を  $A_n$  とする。

- (1)  $\log_2 n$  以下の最大の整数を  $N$  とするとき、 $2^N A_n S_n$  は奇数の整数であることを示せ。
- (2)  $S_n = 2 + \frac{m}{20}$  となる正の整数の組  $(n, m)$  をすべて求めよ。
- (3) 整数  $a$  と  $0 \leq b < 1$  をみたす実数  $b$  を用いて、

$$A_{20} S_{20} = a + b$$

と表すとき、 $b$  の値を求めよ。