

2014年度 大阪大学 前期理系 第4問

問題 半径1の2つの球 S_1 と S_2 が1点で接している。互いに重なる部分のない等しい半径を持つ n 個 ($n \geq 3$) の球 T_1, T_2, \dots, T_n があり、次の条件(ア)(イ)を満たす。

(ア) T_i は S_1, S_2 にそれぞれ1点で接している ($i = 1, 2, \dots, n$)。

(イ) T_i は T_{i+1} に1点で接しており ($i = 1, 2, \dots, n-1$)、そして T_n は T_1 に1点で接している。

このとき、以下の問いに答えよ。

(1) T_1, T_2, \dots, T_n の共通の半径 r_n を求めよ。

(2) S_1 と S_2 の中心を結ぶ直線のまわりに T_1 を回転してできる回転体の体積を V_n とし、 T_1, T_2, \dots, T_n の体積の和を W_n とするとき、極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{W_n}{V_n}$$

を求めよ。

N_osaka2014A_04.pbm