

## 2014 年度 大阪大学 前期理系 第 4 問

**問題** 半径 1 の 2 つの球  $S_1$  と  $S_2$  が 1 点で接している。互いに重なる部分のない等しい半径を持つ  $n$  個 ( $n \geq 3$ ) の球  $T_1, T_2, \dots, T_n$  があり、次の条件 (ア) (イ) を満たす。

(ア)  $T_i$  は  $S_1, S_2$  にそれぞれ 1 点で接している ( $i = 1, 2, \dots, n$ )。

(イ)  $T_i$  は  $T_{i+1}$  に 1 点で接しており ( $i = 1, 2, \dots, n-1$ )、そして  $T_n$  は  $T_1$  に 1 点で接している。

このとき、以下の問いに答えよ。

(1)  $T_1, T_2, \dots, T_n$  の共通の半径  $r_n$  を求めよ。

(2)  $S_1$  と  $S_2$  の中心を結ぶ直線のまわりに  $T_1$  を回転してできる回転体の体積を  $V_n$  とし、 $T_1, T_2, \dots, T_n$  の体積の和を  $W_n$  とするとき、極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{W_n}{V_n}$$

を求めよ。

N\_osaka2014A\_04.pbm