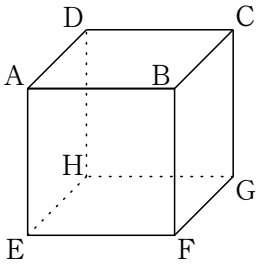
2010 年度　大阪大学　前期理系　第 5 問

問題　n を 0 以上の整数とする。立方体 ABCD−EFGH の頂点を，以下のように移動する 2 つの動点 P，Q を考える。時刻 0 には P は頂点 A に位置し，Q は頂点 C に位置している。時刻 n において，P と Q が異なる頂点に位置していれば，時刻 $n+1$ には，P は時刻 n に位置していた頂点から，それに隣接する 3 頂点のいずれかに等しい確率で移り，Q も時刻 n に位置していた頂点から，それに隣接する 3 頂点のいずれかに等しい確率で移る。一方，時刻 n において，P と Q が同じ頂点に位置していれば，時刻 $n+1$ には P も Q も時刻 n の位置からは移動しない。



(1)　時刻 1 において，P と Q が異なる頂点に位置するとき，P と Q はどの頂点にあるか。可能な組合せをすべて挙げよ。

(2)　時刻 n において，P と Q が異なる頂点に位置する確率 r_n を求めよ。

(3)　時刻 n において，P と Q がともに上面 ABCD の異なる頂点に位置するか，またはともに下面 EFGH の異なる頂点に位置するかのいずれかである確率を p_n とする。また，時刻 n において，P と Q のいずれか一方が上面 ABCD，他方が下面 EFGH にある確率を q_n とする。p_{n+1} を，p_n と q_n を用いて表せ。

(4)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{q_n}{p_n}$ を求めよ。

N_osaka2010A_05.pbm