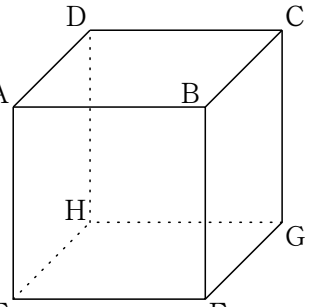


2010年度 大阪大学 前期理系 第5問

問題 n を 0 以上の整数とする。立方体 ABCD-EFGH の頂点を、以下のように移動する 2 つの動点 P, Q を考える。時刻 0 には P は頂点 A に位置し、Q は頂点 C に位置している。時刻 n において、P と Q が異なる頂点に位置していれば、時刻 $n+1$ には、P は時刻 n に位置していた頂点から、それに隣接する 3 頂点のいずれかに等しい確率で移り、Q も時刻 n に位置していた頂点から、それに隣接する 3 頂点のいずれかに等しい確率で移る。一方、時刻 n において、P と Q が同じ頂点に位置していれば、時刻 $n+1$ には P も Q も時刻 n の位置からは移動しない。



- (1) 時刻 1 において、P と Q が異なる頂点に位置するとき、P と Q はどの頂点にあるか。可能な組合せをすべて挙げよ。
- (2) 時刻 n において、P と Q が異なる頂点に位置する確率 r_n を求めよ。
- (3) 時刻 n において、P と Q がともに上面 ABCD の異なる頂点に位置するか、またはともに下面 EFGH の異なる頂点に位置するかのいずれかである確率を p_n とする。また、時刻 n において、P と Q のいずれか一方が上面 ABCD、他方が下面 EFGH にある確率を q_n とする。 p_{n+1} を、 p_n と q_n を用いて表せ。
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q_n}{p_n}$ を求めよ。