2009 年度　大阪大学　前期理系　第 1 問

問題　放物線 $C : y = x^2$ 上の点 $\mathrm{A}_1(a_1,\ a_1^2)$，$\mathrm{A}_2(a_2,\ a_2^2)$，$\mathrm{A}_3(a_3,\ a_3^2)$，$\cdots$ を，A_{k+2}（$k \geqq 1$）における C の接線が直線 $\mathrm{A}_k\mathrm{A}_{k+1}$ に平行であるようにとる。ただし，$a_1 < a_2$ とする。三角形 $\mathrm{A}_k\mathrm{A}_{k+1}\mathrm{A}_{k+2}$ の面積を T_k とし，直線 $\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2$ と C で囲まれた部分の面積を S とする。このとき次の問いに答えよ。

(1)　$\dfrac{T_{k+1}}{T_k}$ を求めよ。

(2)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} T_k$ を S を用いて表せ。

N_osaka2009A_01.pbm