

2008年度 大阪大学 前期理系 第3問

問題 N を 2 以上の自然数とする。

(1) 関数 $f(x) = (N - x) \log x$ を $1 \leq x \leq N$ の範囲で考える。このとき、曲線 $y = f(x)$ は上に凸であり、関数 $f(x)$ は極大値を 1 つだけとる。このことを示せ。

(2) 自然数の列 a_1, a_2, \dots, a_N を

$$a_n = n^{N-n} \quad (n = 1, 2, \dots, N)$$

で定める。 a_1, a_2, \dots, a_N のうちで最大の値を M とし、 $M = a_n$ となる n の個数を k とする。このとき $k \leq 2$ であることを示せ。

(3) (2) で $k = 2$ となるのは、 N が 2 のときだけであることを示せ。

N_osaka2008A_03.pbm