2000 年度　大阪大学　後期理系　第 1 問

問題　数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ を

$$a_1 = -2,\ b_1 = 3,\ a_{n+1} = 3a_n + 2b_n,\ b_{n+1} = 4a_n + 3b_n\ (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

で定める。

(1)　すべての番号 n について ${b_n}^2 - 2{a_n}^2 = 1$ であることを示せ。

(2)　$c_n = \sqrt{2}a_n + b_n$ とするとき，c_n を n を用いて表せ。

(3)　b_n が最小となる番号 n を求めよ。

(4)　(3) で求めた n の値を m とするとき，$n \geqq m$ ならば $b_{n+1} \geqq b_n$ となることを示せ。

N_osaka2000C_21.pbm