1999 年度　大阪大学　後期理系　第 1 問

問題　実数 x に対して，x を超えない最大の整数を $[x]$ で表す。$a_m = \left[\sqrt{m}\right]$ $(m = 1, 2, 3, \cdots)$ に対して，数列 b_1，b_2，b_3，$\cdots$ を

$b_1 = 0$,

$k \geqq 2$ のとき $a_m < k \leqq a_{m+1}$ となる m に対して $b_k = m$

と定める。次の問いに答えよ。

(1)　数列 $\{b_k\}$ の一般項を求めよ。

(2)　すべての自然数 n に対して

$$\sum_{m=1}^{n^2} a_m + \sum_{k=1}^{n} b_k = n^3$$

が成り立つことを示せ。

(3)　$\displaystyle\sum_{m=1}^{n^2} \left[\sqrt{m}\right]$ を求めよ。

N_osaka1999C_21.pbm