

問題

- (1) a を 1 より大きい実数とする。0 以上の任意の実数 x に対して次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\log 2 + \frac{x}{2} \log a \leq \log(1 + a^x) \leq \log 2 + \frac{x}{2} \log a + \frac{x^2}{8} (\log a)^2$$

ただし、対数は自然対数である。

- (2) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して $a_n = \left(\frac{1 + \sqrt[n]{3}}{2} \right)^n$ とおく。(1) の不等式を用いて極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

N_osaka1998A_03.pbm