

2024年度 岡山大学 前期理系 第3問

問題 四面体 $OABC$ において、 $OA = OB = OC = 1$ とし、 $\angle COA = \alpha$ 、 $\angle COB = \beta$ 、 $\angle AOB = \gamma$ とする。ただし、 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 、 $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ とする。辺 OA の延長上に点 D を \vec{OC} と \vec{CD} が垂直になるようにとり、辺 OB の延長上に点 E を \vec{OC} と \vec{CE} が垂直になるようにとり、 $\angle DCE = \theta$ とし、 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ 、 $\vec{OC} = \vec{c}$ とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) \vec{CD} を \vec{a} 、 \vec{c} 、 $\cos \alpha$ を用いて表せ。また、 \vec{CE} を \vec{b} 、 \vec{c} 、 $\cos \beta$ を用いて表せ。
- (2) $\cos \theta$ を $\sin \alpha$ 、 $\cos \alpha$ 、 $\sin \beta$ 、 $\cos \beta$ 、 $\cos \gamma$ を用いて表せ。
- (3) $\cos \gamma = \cos \alpha \cos \beta$ 、 $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ とする。点 C から平面 DOE に下ろした垂線の足を P とするとき、 $CP = \frac{1}{\tan \gamma}$ となることを示せ。

N_okayama2024A_03.pbm