

**問題**  $a$  を実数とし、座標平面上の曲線

$$C: y = x^3 + (a+2)x^2 + 2ax + 2$$

を考える。以下の問いに答えよ。

- (1)  $a$  がどのような値をとっても曲線  $C$  は2つの定点を通る。その2点の座標を求めよ。
- (2) (1) で求めた2点のうち、 $x$  座標の小さい方を点  $A$ 、もう一方を点  $B$  とし、その2点を通る直線を  $L$  とする。曲線  $C$  と直線  $L$  が異なる3点で交わり、その交点がすべて線分  $AB$  上にあるような  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (3)  $a$  の値が(2) で求めた範囲にあるとする。このとき、曲線  $C$  と(2) で定めた直線  $L$  が囲まれた部分の面積  $S(a)$  の最小値を求めよ。