

問題 a を実数とし、座標平面上の曲線

$$C: y = x^3 + (a+2)x^2 + 2ax + 2$$

を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) a がどのような値をとっても曲線 C は2つの定点を通る。その2点の座標を求めよ。
- (2) (1) で求めた2点のうち、 x 座標の小さい方を点 A 、もう一方を点 B とし、その2点を通る直線を L とする。曲線 C と直線 L が異なる3点で交わり、その交点がすべて線分 AB 上にあるような a の値の範囲を求めよ。
- (3) a の値が(2) で求めた範囲にあるとする。このとき、曲線 C と(2) で定めた直線 L が囲まれた部分の面積 $S(a)$ の最小値を求めよ。