2022年度　岡山大学　前期理系　第1問

問題　A，B，C の3人で次のルールに従って一連の試合を行い，優勝者を決定する。

- 1試合目は A と B が戦う。
- 自然数 n に対し，$n+1$ 試合目は n 試合目の勝者と n 試合目に戦わなかった人が戦う。
- 2連勝した人が出た時点で，その人が優勝者となり，以後試合は行わない。
- すべての試合において，引き分けはないものとする。

A，B，C が互いに戦う際の勝者は次の通りとする。ただし，p は $0<p<1$ を満たす実数とする。

- A と B の試合：勝つ確率は A と B のどちらも $\dfrac{1}{2}$ である。
- A と C の試合：A が勝つ確率は $1-p$，C が勝つ確率は p である。
- B と C の試合：B が勝つ確率は $1-p$，C が勝つ確率は p である。

n 試合目で優勝者が決定する確率を a_n とするとき，以下の問いに答えよ。

(1)　a_1，a_2，a_3，a_4 を求めよ。

(2)　自然数 k に対し，a_{3k} を求めよ。

(3)　C が優勝する確率を求めよ。

(4)　1以上99以下の自然数 N に対し $p=\dfrac{N}{100}$ であるとする。このとき C が優勝する確率が $\dfrac{1}{3}$ 以上になるような N の最小値を求めよ。

N_okayama2022A_01.pbm