2020 年度　新潟大学　前期理系　第４問

問題　複素数を極形式で表したときの偏角 θ は $0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲にとる。3 以上の整数 n に対して，方程式 $z^n = i$ の解を極形式で表したとき，偏角の小さい順に α_0，α_1，$\cdots$，α_{n-1} とする。ただし，i は虚数単位である。次の問いに答えよ。

(1)　$k = 0$，1，2，$\cdots$，$n-1$ に対して，α_k を極形式で表せ。

(2)　$k = 0$，1，2，$\cdots$，$n-1$ に対して，$\alpha_k = \alpha_0\beta_k$ と $(\beta_k)^n = 1$ を同時に満たす複素数 β_k が存在することを証明せよ。

(3)　$k = 0$，1，2，$\cdots$，$n-1$ に対して，$\gamma_k = \alpha_0 + \alpha_1 + \cdots + \alpha_k$ とする。また，γ_k を表す複素数平面上の点を P_k とする。このとき，P_0，P_1，P_2，$\cdots$，P_{n-1} を頂点とする多角形は正 n 角形であることを証明せよ。

(4)　$n = 6$ とし，(3) で求めた正 6 角形の頂点 P_0，P_1，P_2，$\cdots$，P_5 を通る円の中心が表す複素数を求めよ。ただし，求めた答えの複素数には極形式を使わないこと。

N_niigata2020A_04.pbm