2020 年度　新潟大学　前期理系　第３問

問題　n を 0 以上の整数とし，次の式で I_n を定める。

$$I_0 = \int_{-2}^{2} \sqrt{4-x^2}\,dx,\ I_n = \int_{-2}^{2} x^n\sqrt{4-x^2}\,dx \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

次の問いに答えよ。

(1)　I_0，I_1 および I_2 の値を求めよ。

(2)　$\dfrac{I_{2n+2}}{I_{2n}}$ の値を n を用いて表せ。

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{I_{2n}}{2^n} = \infty$ および $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{I_{2n}}{2^{2n}} = 0$ が成り立つことを証明せよ。

N_niigata2020A_03.pbm