

## 2019年度 新潟大学 前期理系 第3問

**問題** 半径がそれぞれ  $a, b$  の円を  $C_a, C_b$  とする。 $C_a$  上に点  $A, C_b$  上に点  $B$  をとる。はじめに2点  $A, B$  を一致させ、 $C_b$  を  $C_a$  に外接させながら滑らないように回転させる。ここで、点  $B$  が再び  $C_a$  上に来るときを  $C_b$  の回転の1周期とする。次の問いに答えよ。ただし、必要があれば、自然数  $m, n$  の最大公約数を  $\gcd(m, n)$  で表せ。

- (1)  $a, b$  を自然数とする。 $C_b$  上の点  $B$  が  $C_a$  上の点  $A$  に再び一致するとき、 $C_b$  は何周期回転しているか、 $a, b$  を用いて表せ。
- (2)  $a, b$  を正の有理数とし、 $a = \frac{p}{q}, b = \frac{s}{t}$  とおく。ここで  $p, q$  は互いに素な自然数とし、 $s, t$  も互いに素な自然数とする。 $C_b$  上の点  $B$  が  $C_a$  上の点  $A$  に再び一致するとき、 $C_b$  は何周期回転しているか、 $p, q, s, t$  を用いて表せ。
- (3)  $a, b$  は互いに素な自然数とする。 $k = 1, 2, \dots, a$  に対して、 $C_b$  が  $k$  周期回転したとき、点  $B$  が一致する  $C_a$  上の点を  $A_k$  とする。このとき  $\{A_1, A_2, \dots, A_a\}$  は  $C_a$  をちょうど  $a$  等分することを示せ。

N\_niigata2019A\_03.pbm