

2019年度 新潟大学 前期理系 第3問

問題 半径がそれぞれ a, b の円を C_a, C_b とする。 C_a 上に点 A, C_b 上に点 B をとる。はじめに2点 A, B を一致させ、 C_b を C_a に外接させながら滑らないように回転させる。ここで、点 B が再び C_a 上に来るときを C_b の回転の1周期とする。次の問いに答えよ。ただし、必要があれば、自然数 m, n の最大公約数を $\gcd(m, n)$ で表せ。

- (1) a, b を自然数とする。 C_b 上の点 B が C_a 上の点 A に再び一致するとき、 C_b は何周期回転しているか、 a, b を用いて表せ。
- (2) a, b を正の有理数とし、 $a = \frac{p}{q}, b = \frac{s}{t}$ とおく。ここで p, q は互いに素な自然数とし、 s, t も互いに素な自然数とする。 C_b 上の点 B が C_a 上の点 A に再び一致するとき、 C_b は何周期回転しているか、 p, q, s, t を用いて表せ。
- (3) a, b は互いに素な自然数とする。 $k = 1, 2, \dots, a$ に対して、 C_b が k 周期回転したとき、点 B が一致する C_a 上の点を A_k とする。このとき $\{A_1, A_2, \dots, A_a\}$ は C_a をちょうど a 等分することを示せ。

N_niigata2019A_03.pbm