

2017年度 新潟大学 前期理系 第4問

問題 $f(x) = xe^{1-x^2}$ とする。2つの曲線 $y = f(x)$ と $y = x^k$ で囲まれた部分の面積を S_k とする。ただし、 k は自然数とする。次の問いに答えよ。必要があれば

$$\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x^2} = 0$$

が成り立つことを用いてよい。

- (1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ および第2次導関数 $f''(x)$ を求めよ。
- (2) 関数 $y = f(x)$ の極値、グラフの凹凸と変曲点、および漸近線を求め、グラフの概形をかけ。
- (3) S_k を、 k を用いて表せ。
- (4) 次の条件(*)を満たす最小の自然数 n を求めよ。

(*) すべての自然数 m に対して、 $4S_{2m-1} > 7S_{2m}$ が成り立つ。

N_niigata2017A_04.pbm