2017 年度　新潟大学　前期理系　第 4 問

問題　$f(x) = xe^{1-x^2}$ とする。2 つの曲線 $y = f(x)$ と $y = x^k$ で囲まれた部分の面積を S_k とする。ただし，k は自然数とする。次の問いに答えよ。必要があれば

$$\lim_{x \to \infty} xe^{-x^2} = 0$$

が成り立つことを用いてよい。

(1)　$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ および第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ。

(2)　関数 $y = f(x)$ の極値，グラフの凹凸と変曲点，および漸近線を求め，グラフの概形をかけ。

(3)　S_k を，k を用いて表せ。

(4)　次の条件 $(*)$ を満たす最小の自然数 n を求めよ。

$(*)$　すべての自然数 m に対して，$4S_{2n-1} > 7S_{2m}$ が成り立つ。

N_niigata2017A_04.pbm