

問題 複素数平面上の原点 O と異なる 2 点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$ に対して

$$3\alpha^2 - 6\alpha\beta + 4\beta^2 = 0$$

が成り立つ。3 点 O , A , B を通る円を C とする。

(1) $\frac{\alpha}{\beta}$ を極形式で表せ。ただし、偏角 θ の範囲は $-\pi < \theta \leq \pi$ とする。

(2) 円 C の中心と半径を α を用いて表せ。

(3) $|3\alpha - 2\beta|$ を β を用いて表せ。

(4) 次が成り立つとき α を求めよ。

(ア) 点 z が円 C 上を動くとき $w = i\bar{z}$ も C 上にある。

(イ) $\alpha + \bar{\alpha}$ は正の実数である。

(ウ) $|3\alpha - 2\beta| = 2\sqrt{6}$