

**問題** 図1のように2つの正方形 ABCD と CDEF を並べた図形を考える。2点 P, Q が6個の頂点 A, B, C, D, E, F を以下の規則 (a), (b) に従って移動する。

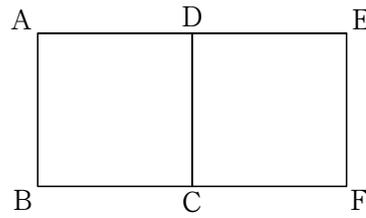


図1

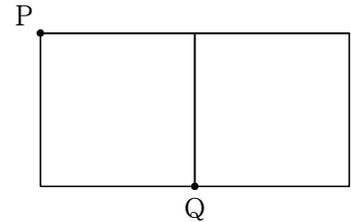


図2

(a) 時刻0では図2のように点Pは頂点Aに、点Qは頂点Cにいる。

(b) 点P, Qは時刻が1増えるごとに独立に、今いる頂点と辺で結ばれている頂点に等確率で移動する。

時刻  $n$  まで2点 P, Q が同時に同じ頂点にいることが一度もない確率を  $p_n$  と表す。また時刻  $n$  まで2点 P, Q が同時に同じ頂点にいることが一度もなく、かつ時刻  $n$  に2点 P, Q がともに同じ正方形上にいる確率を  $a_n$  と表し、 $b_n = p_n - a_n$  と定める。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 時刻1での点 P, Q の可能な配置を、図2にならってすべて図示せよ。
- (2)  $a_1, b_1, a_2, b_2$  を求めよ。
- (3)  $a_{n+1}, b_{n+1}$  を  $a_n, b_n$  で表せ。
- (4)  $p_n \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$  を示せ。