

2018年度 長崎大学 前期理系 第3問

問題 t を正の実数とし、複素数平面上に2点 $A(t)$, $B\left(-\frac{1}{t}\right)$ がある。等式

$$t\left|z + \frac{1}{t}\right| = \frac{1}{t}|z - t| \quad (\text{a})$$

を満たす点 $P(z)$ の全体が表す図形を F とする。下の小問 (1) から (4) を通して F がどのような図形を表すか調べたい。以下の問いに答えよ。

- (1) A と B はどちらも図形 F の点ではないことを示せ。
- (2) $t = 1$ ならば、 F はどのような図形を表すか。
- (3) $t \neq 1$ とする。図形 F の点 $P(z)$ が直線 AB 上に位置するような z の値は2つある。その値 z_1 と z_2 を求めよ。ただし、 $|z_1| < |z_2|$ とする。
- (4) $t \neq 1$ とする。2点 $P_1(z_1)$, $P_2(z_2)$ を結ぶ線分の中点を $M(m)$ として、 m の値を求めよ。また、 $P(z)$ が図形 F の点であるとき、 $|z - m|$ の値を求めよ。さらに、 F はどのような図形を表すか。

N_nagasaki2018A_03.pbm