

**問題** 各項が正の数である2つの数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  は

$$\begin{cases} a_1 = 1, b_1 = e, \\ a_{n+1} = a_n^5 \cdot b_n^3, b_{n+1} = \frac{b_n}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

を満たすとする。ただし、 $e$  は自然対数の底とする。

(1)  $c_n = \log a_n$ ,  $d_n = \log b_n$  とおく。ただし、対数は自然対数とする。

$$c_{n+1} + \alpha d_{n+1} = \beta(c_n + \alpha d_n)$$

を満たす定数  $\alpha$ ,  $\beta$  の組をすべて求めよ。

(2) 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  の一般項を求めよ。