2021 年度　宮崎大学　前期理系　第４問

問題　A，B，C，D の 4 人がそれぞれ袋を持っている。

A の袋には，3 枚の札 $\boxed{\text{B}}$，$\boxed{\text{C}}$，$\boxed{\text{D}}$ が入っている。
B の袋には，3 枚の札 $\boxed{\text{A}}$，$\boxed{\text{C}}$，$\boxed{\text{D}}$ が入っている。
C の袋には，2 枚の札 $\boxed{\text{A}}$，$\boxed{\text{B}}$ が入っている。
D の袋には，3 枚の札 $\boxed{\text{A}}$，$\boxed{\text{B}}$ が入っている。

この 4 人の間で，1 個の玉の受け渡しを次のように行う。

（※）はじめに，A が玉を持っている。
A は自分の袋から無作為に 1 枚の札を取り出し，その札に書かれた人へ玉を手渡し，取り出した札を自分の袋へもどす。以降，「玉を手渡された人は自分の袋から無作為に 1 枚の札を取り出し，その札に書かれた人へ玉を手渡し，取り出した札を自分の袋へもどす」ことをくり返す。ただし，A が袋から札を取り出すとき，どの札も同じ確率で取り出されるものとする。B，C，D が袋から札を取り出すときも同様とする。

（※）の状態から始めて，玉の受け渡しが n 回（$n \geqq 1$）行われたとき，

A，B，C，D が玉を持っている確率をそれぞれ A_n，B_n，C_n，D_n

とする。また，（※）の状態において，A，B，C，D が玉を持っている確率をそれぞれ A_0，B_0，C_0，D_0 とする。すなわち $A_0 = 1$，$B_0 = 0$，$C_0 = 0$，$D_0 = 0$ である。このとき，次の各問に答えよ。なお，すべての n について $C_n = D_n$ であることは，用いてよい。

(1)　A_1，B_1，C_1，A_2，B_2，C_2 を求めよ。

(2)　n が自然数のとき，A_n を，B_{n-1} と C_{n-1} を用いて表せ。また，B_n を，C_{n-1} と A_{n-1} を用いて表せ。さらに，C_n を，A_{n-1} と B_{n-1} を用いて表せ。

(3)　n が 0 または正の整数のとき，A_n を，n を用いて表せ。

(4)　$\lim_{n\to\infty} A_n$ を求めよ。