

2022年度 三重大学 前期理系 第2問

問題 実数 s に対して平面ベクトル $\vec{a}_1, \vec{b}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_2$ を、成分を用いて

$$\vec{a}_1 = (x_1, y_1) + s(2, 1), \quad \vec{b}_1 = (-3, -1) + s(-2, -1),$$

$$\vec{a}_2 = (x_2, y_2) + s(0, 1), \quad \vec{b}_2 = (1, -3) + s(1, -2)$$

と定める。ただし x_1, y_1, x_2, y_2 は s によらない定数で、内積について

$$\vec{a}_1 \cdot \vec{b}_2 = 10 + 7s, \quad \vec{a}_2 \cdot \vec{b}_1 = -12 - 7s - s^2$$

がすべての s に対して成り立っているとする。実数 t に対して

$$\vec{c}_1 = \vec{a}_1 + t\vec{b}_1, \quad \vec{c}_2 = \vec{a}_2 + t\vec{b}_2$$

とおくとき、以下の問いに答えよ。

- (1) x_1, y_1, x_2, y_2 を求めよ。
- (2) $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2$ を s を用いて表せ。また $\vec{b}_1 \cdot \vec{b}_2$ を求めよ。さらに $\vec{c}_1$ と $\vec{c}_2$ が垂直になるとき、 t を s で表せ。
- (3) s を正の実数とする。 $\vec{c}_1$ と $\vec{c}_2$ のすべての成分が整数であり、 $\vec{c}_1$ と $\vec{c}_2$ が垂直になるとき、 s の値をすべて求めよ。

N_mie2022A_02.pbm