

問題 数列 $\{x_n\}$ は

$$(n-1)x_{n+2} - (n^2 + n - 1)x_{n+1} + n^2x_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすものとする。

- (1) x_2 を x_1 で表せ。また x_4 を x_1 と x_3 で表せ。
- (2) $y_n = x_{n+2} - x_{n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおく。 y_n を y_1 と n で表せ。
- (3) 数学的帰納法で $\sum_{k=1}^n k(k!) = (n+1)! - 1$ を示せ。
- (4) x_{n+2} ($n = 2, 3, 4, \dots$) を x_1, x_3 と n で表せ。