

**問題** 数列  $\{x_n\}$  は

$$(n-1)x_{n+2} - (n^2 + n - 1)x_{n+1} + n^2x_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすものとする。

- (1)  $x_2$  を  $x_1$  で表せ。また  $x_4$  を  $x_1$  と  $x_3$  で表せ。
- (2)  $y_n = x_{n+2} - x_{n+1}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とおく。  $y_n$  を  $y_1$  と  $n$  で表せ。
- (3) 数学的帰納法で  $\sum_{k=1}^n k(k!) = (n+1)! - 1$  を示せ。
- (4)  $x_{n+2}$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ ) を  $x_1$ ,  $x_3$  と  $n$  で表せ。