

2016 年度 三重大学 前期理系 第 4 問

問題 n を自然数とし, $P_k\left(\frac{k}{n}, \log\left(1 + \frac{k}{n}\right)\right)$ ($k = 0, 1, \dots, n$) を平面上の $n+1$ 個の点とする。ただし, $\log x$ は x の自然対数である。

(1) $k = 1, 2, \dots, n$ のとき, 点 P_{k-1} と点 P_k との距離 $P_{k-1}P_k$ に対して

$$\frac{1}{n} \sqrt{1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{k}{n}\right)^2}} < P_{k-1}P_k < \frac{1}{n} \sqrt{1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{k-1}{n}\right)^2}}$$

を示せ。

(2) $L_n = \sum_{k=1}^n P_{k-1}P_k$ としたとき $\lim_{n \rightarrow \infty} L_n$ を求めよ。

N_mie2016A_04.pbm