2017 年度　九州大学　後期理系　第３問

問題　放物線 $C: y=-x^2-1$ 上の異なる 2 点 $\mathrm{P}_1(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{P}_2(x_2,\ y_2)$ に対して，P_1 と P_2 を通る直線と x 軸との交点の座標を $(a,\ 0)$ とする。ただし，x_1+x_2 は 0 でないとする。また，$0<t<\pi$ を満たす t に対して $f(t)=\dfrac{\cos t}{\sin t}$ とするとき，以下の問いに答えよ。

(1)　a を x_1，x_2 を用いて表せ。

(2)　$(f(t),\ f'(t))$ は C 上の点であることを示せ。

(3)　$0<t_1<\dfrac{\pi}{2}$，$0<t_2<\dfrac{\pi}{2}$ を満たす異なる t_1 と t_2 に対して，C 上の 2 点 $\mathrm{P}_1(f(t_1),\ f'(t_1))$，$\mathrm{P}_2(f(t_2),\ f'(t_2))$ で定まる a は $f(t_1+t_2)$ に等しいことを示せ。

(4)　C 上の 2 点 $\mathrm{P}_1(\sqrt{3},\ -4)$，$\mathrm{P}_2(f(t),\ f'(t))$ で定まる a が 1 に等しいとき，t の値を求めよ。ただし，$0<t<\dfrac{\pi}{2}$ とする。

N_kyusyu2017C_13.pbm