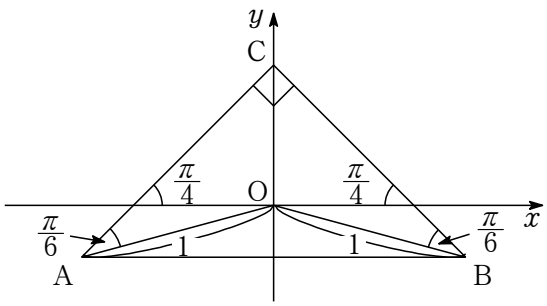
2017 年度　九州大学　前期理系　第５問

問題　2 つの複素数 $\alpha = 10000 + 10000i$ と $w = \dfrac{\sqrt{3}}{4} + \dfrac{1}{4}i$ を用いて，複素数平面上の点 $\mathrm{P}_n(z_n)$ を $z_n = \alpha w^n$ $(n = 1,\ 2,\ \cdots)$ により定める。ただし，i は虚数単位を表す。2 と 3 の常用対数を $\log_{10} 2 = 0.301$，$\log_{10} 3 = 0.477$ として，以下の問いに答えよ。

(1)　z_n の絶対値 $|z_n|$ と偏角 $\arg z_n$ を求めよ。

(2)　$|z_n| \leqq 1$ が成り立つ最小の自然数 n を求めよ。

(3)　右図のように，複素数平面上の △ABC は線分 AB を斜辺とし，点 $\mathrm{C}\left(\dfrac{i}{\sqrt{2}}\right)$ を一つの頂点とする直角二等辺三角形である。なお A，B を表す複素数の虚部は負であり，原点 O と 2 点 A，B の距離はともに 1 である。点 P_n が △ABC の内部に含まれる最小の自然数 n を求めよ。



N_kyusyu2017A_05.pbm