

2017年度 九州大学 前期理系 第4問

問題 赤玉2個、青玉1個、白玉1個が入った袋が置かれた円形のテーブルの周りに A, B, C の3人がこの順番で時計回りに着席している。3人のうち、ひとりが袋から玉を1個取り出し、色を確認したら袋にもどす操作を考える。1回目は A が玉を取り出し、次のルール (a), (b), (c) に従って勝者が決まるまで操作を繰り返す。

(a) 赤玉を取り出したら、取り出した人を勝者とする。

(b) 青玉を取り出したら、次の回も同じ人が玉を取り出す。

(c) 白玉を取り出したら、取り出した人の左隣りの人が次の回に球を取り出す。

A, B, C の3人が n 回目に玉を取り出す確率をそれぞれ a_n, b_n, c_n ($n = 1, 2, \dots$) とする。ただし、 $a_1 = 1, b_1 = c_1 = 0$ である。以下の問いに答えよ。

(1) A が4回目に勝つ確率と7回目に勝つ確率をそれぞれ求めよ。

(2) $d_n = a_n + b_n + c_n$ ($n = 1, 2, \dots$) とおくと、 d_n を求めよ。

(3) 自然数 $n \geq 3$ に対し、 a_{n+1} を a_{n-2} と n を用いて表せ。