

問題 a, b を実数とする。 $0 \leq x \leq \pi$ を定義域とする 2 つの関数

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \sin x}{1 - \cos x} & (0 < x \leq \pi) \\ a & (x = 0) \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} & (0 < x \leq \pi) \\ b & (x = 0) \end{cases}$$

を考える。 $f(x), g(x)$ はともに $x = 0$ で連続であるとする。

(1) a, b の値を求めよ。

(2) xy 平面において、連立不等式

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq \pi \\ 0 \leq y \leq f(x)g(x) \end{cases}$$

の表す領域 D を考える。 D を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。