

問題 $f(x) = x^2 + x$ とし、 j は自然数とする。数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$a_1 = 2$ とする。 a_n ($n \geq 1$) に対して、座標平面上の曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(a_n^j, f(a_n^j))$ における接線と直線 $y = x$ との交点の x 座標を a_{n+1} とする。ただし、 a_n^j は a_n の j 乗を表す。

以下の問いに答えよ。

- (1) すべての自然数 n に対し、 $a_n > 0$ が成り立つことを示せ。
- (2) $b_n = \log_2 a_n$ とおくとき、 b_{n+1} を b_n を用いて表せ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。