

## 2025年度 高知大学 前期理系 第4問

**問題**  $i$  を虚数単位とする。複素数  $\alpha, \beta$  および実数  $k$  が次の関係式を満たすとする。

$$0 < \arg \alpha < \pi$$

$$\alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{3}$$

$$\beta = k + \frac{\sqrt{6}}{2}i$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $\alpha$  の値を求めよ。
- (2)  $\alpha^{20} + \frac{1}{\alpha^{20}}$  の値を求めよ。
- (3)  $\frac{\beta}{\alpha^4}$  の値が実数となるとき、 $\beta$  の値を求めよ。
- (4)  $n$  を正の整数とする。複素数平面において、原点を  $O$ 、複素数  $\alpha^n$  を表す点を  $A$ 、複素数  $\beta^n$  を表す点を  $B$  とする。(3) の仮定のもとで、点  $A$  が線分  $OB$  上に存在するような最小の  $n$  の値を求めよ。またそのとき、線分  $AB$  の長さを求めよ。