

2023年度 神戸大学 前期理系 第1問

**問題** 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} & (x \leq 1) \\ 2x - 1 & (x > 1) \end{cases}$$

で定める。 $a$  を実数とし、数列  $\{a_n\}$  を

$$a_1 = a, a_{n+1} = f(a_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。以下の間に答えよ。

- (1) すべての実数  $x$  について  $f(x) \geq x$  が成り立つことを示せ。
- (2)  $a \leq 1$  のとき、すべての正の整数  $n$  について  $a_n \leq 1$  が成り立つことを示せ。
- (3) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を  $n$  と  $a$  を用いて表せ。