2015 年度　香川大学　前期文系　第３問

問題　数列 $\{a_n\}$ は，

$$a_1 = 2,\ a_{n+1} = \frac{2a_n + 2}{a_n + 2}\ (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

で定められているとする。このとき，次の問に答えよ。

(1)　n が自然数のとき，数学的帰納法を用いて $\sqrt{2} < a_n$ を示せ。

(2)　n が自然数のとき，$a_{n+1} < a_n$ を示せ。

(3)　n が自然数のとき，数学的帰納法を用いて

$$a_n - \sqrt{2} \leqq \frac{(2-\sqrt{2})^n}{3^{n-1}}$$

を示せ。

N_kagawa2015A_63.pbm