# 2020 年度　東京医科歯科大学　前期理系　第 1 問

問題　$N$ を自然数として，表と裏が等確率で出るコインを $N$ 回投げる試行を考え，この試行の結果によって関数 $f(x)$ を次のように定義する。

1. $x \leqq 0$ のとき，$f(x)=0$
2. $x$ が $N$ 以下の自然数 $n$ に等しいとき，$n$ 回目に

   表が出れば $f(n)=f(n-1)+1$

   裏が出れば $f(n)=f(n-1)-1$
3. $x$ が $0<x<N$ を満たし，かつ自然数でないとき，$n-1<x<n$ を満たす自然数を $n$ として，

   $$f(x)=(x-n+1)f(n)+(n-x)f(n-1)$$
4. $x>N$ のとき，$f(x)=f(N)$

このとき以下の各問いに答えよ。

(1)　$N=8$ のとき，試行の結果が「表，表，裏，裏，表，裏，裏，裏」の順となったとき，$f(x)$ のグラフを描け。

(2)　自然数 $N$ と 0 以上の整数 $k$ について，$f(x)$ が極値をとる点の個数が $k$ となる確率を $P(k)$ とする。$P(k)$ を $N$，$k$ を用いて表せ。

(3)　自然数 $N$ と 0 以上の整数 $k$ について，$f(x)$ が極大となる点の個数が $k$ となる確率を $Q(k)$ とする。$Q(k)$ を $N$，$k$ を用いて表せ。

(4)　(3) の $Q(k)$ について $\sum_{k=0}^{N} kQ(k)$ を $N$ を用いて表せ。

N_ikashika2020A_01.pbm