## 2019 年度　東京医科歯科大学　前期理系　第 1 問

問題　$n$ を 2 以上の自然数とし，ひとつのサイコロを $n$ 回くり返し投げるとする。$n$ 以下の自然数 $k$ について，$k$ 回目に 1 から 4 の目が出たら $a_k = 1$，5 または 6 の目が出たら $a_k = 0$ として，数列 $\{a_k\}$ を定義する。さらに数列 $\{b_k\}$ を，$b_1 = 0$，2 以上 $n$ 以下の自然数 $k$ について $b_k = (a_k + a_{k-1})(2 - a_k - a_{k-1})$ と定義する。このとき以下の各問いに答えよ。

(1)　$k$ を 2 以上 $n$ 以下の自然数とする。$b_k = 0$ となる確率を求めよ。

(2)　$b_2 = b_3 = \cdots = b_n = 1$ となる確率を $n$ を用いて表せ。

(3)　$n$ が 5 以上のとき，$S_n = \dfrac{b_2}{2} + \dfrac{b_3}{2^2} + \cdots + \dfrac{b_n}{2^{n-1}}$ とおく。このとき $\dfrac{5}{8} \leqq S_n < \dfrac{15}{16}$ となる確率を求めよ。

N_ikashika2019A_01.pbm