

2018 年度 東京医科歯科大学 前期理系 第3問

問題 関数 $f(x) = x - \log(1+x)$ について、以下の各問いに答えよ。ここで $\log$ は自然対数を表す。また、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ を用いてよい。

(1) p を実数とすると、 $f(x) = p$ を満たす実数 x の個数を求めよ。

以下、 $f(x)$ の定義域を $x \geq 0$ に制限した関数の逆関数を $g(x)$ とする。

(2) u を正の実数とする。 $p \geq 0$ のとき、

$$p \leq g(p) \leq \frac{u+1}{u} \{p - u + \log(u+1)\} + u$$

を示せ。

(3) p を正の実数とし、 xy 平面において、曲線 $y = g(x)$ と直線 $x = p$ の交点を通り、直線 $y = x$ に平行な直線を ℓ とする。また、 ℓ と x 軸および曲線 $y = g(x)$ によって囲まれた図形の面積を S とする。このとき、 S を p を用いて表せ。

N_ikashika2018A_03.pbm