2018 年度　東京医科歯科大学　前期理系　第３問

問題　関数 $f(x) = x - \log(1+x)$ について，以下の各問いに答えよ。ここで log は自然対数を表す。また，$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\log x}{x} = 0$ を用いてよい。

(1)　p を実数とするとき，$f(x) = p$ を満たす実数 x の個数を求めよ。

以下，$f(x)$ の定義域を $x \geqq 0$ に制限した関数の逆関数を $g(x)$ とする。

(2)　u を正の実数とする。$p \geqq 0$ のとき，

$$p \leqq g(p) \leqq \frac{u+1}{u}\{p - u + \log(u+1)\} + u$$

を示せ。

(3)　p を正の実数とし，xy 平面において，曲線 $y = g(x)$ と直線 $x = p$ の交点を通り，直線 $y = x$ に平行な直線を ℓ とする。また，ℓ と x 軸および曲線 $y = g(x)$ によって囲まれた図形の面積を S とする。このとき，S を p を用いて表せ。

N_ikashika2018A_03.pbm