

問題 連続関数 $f(x)$ と定数 a が次の関係式を満たしているとする。

$$\int_0^x f(t) dt = 4ax^3 + (1 - 3a)x + \int_0^x \left\{ \int_0^u f(t) dt \right\} du + \int_x^1 \left\{ \int_u^1 f(t) dt \right\} du$$

このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) a と $f(0) + f(1)$ の値を求めよ。
- (2) $g(x) = e^{-2x}f(x)$ とおくとき, $g(x)$ の導関数 $g'(x)$ を求めよ。ここで e は自然対数の底を表す。
- (3) $f(x)$ を求めよ。